

VORWORT

ΑΓΕΩΜΕΤΡΗΟΣ ΜΗΔΕΙΣ ΕΙΣΙΤΩ

Der Überlieferung nach ließ Platon über dem Eingang zur Akademie in Athen eine Tafel anbringen mit der Inschrift: „Kein der Mathematik Unkundiger möge hier eintreten.“ Bis heute ist die Mathematik in mehr als einer Hinsicht eine unerlässliche Vorbereitung für jene, die das Wesen der Dinge verstehen wollen. Aber kann man ohne lange und trockene Studien in die Welt der Mathematik gelangen? In gewissen Grenzen ja, denn ein wissbegieriger und kultivierter Mensch (in früheren Zeiten wurde er als Philosoph bezeichnet) ist nicht an umfangreichem Fachwissen interessiert. Philosophen des alten Stils (also Sie, die Leser dieses Buchs, und ich) möchten vielmehr sehen, wie der menschliche Geist oder, anders ausgedrückt, wie das Gehirn des Mathematikers die mathematische Realität in den Griff bekommt.

Ich möchte hier eine Betrachtung der Mathematik und von Mathematikern vorlegen, die ebenso für mathematische Laien wie für jene vielen Menschen von Interesse sein wird, die mathematisch bewandert sind. Ich werde nicht versuchen, systematisch den Ansichten von Mehrheiten zu folgen. Vielmehr werde ich eine zusammenhängende Abfolge von Fakten und Meinungen darzustellen versuchen, deren jede von einem Gutteil meiner mathematisch aktiven Kollegen akzeptiert würde. Dabei kann ich unmöglich hoffen, eine vollständige Darstellung zu geben, aber ich werde mehrere unterschiedliche Aspekte der Beziehung zwischen Mathematik und Mathematikern aufzeigen. Manche dieser Aspekte sind, wie sich zeigen wird, wenig liebenswert, und vielleicht hätte ich sie weglassen sollen; es erschien mir jedoch wichtiger, aufrichtig zu sein als politisch korrekt. Beanstanden mag man darüber hinaus auch meine Hervorhebung der formalen und strukturellen Aspekte der Mathematik; diese Aspekte aber werden die Leser des vorliegenden Buchs vermutlich am meisten interessieren.

Die menschliche Kommunikation gründet auf Sprache. Jeder Einzelne von uns erwirbt und pflegt diese Kommunikationsmethode über den Kontakt zu anderen Sprachnutzern und vor dem Hintergrund menschlicher Erfahrungen. Die Sprache des Menschen transportiert ebenso Wahrheit wie Irrtum, Täuschung und Unsinn. Bei ihrer Verwendung – auch in der vorliegenden Diskussion – ist daher große Vorsicht geboten. Man kann die Exaktheit der Sprache durch die ausdrückliche Definition der verwendeten Begriffe erhöhen. Ein solches Vorgehen hat jedoch seine Grenzen: Die Definition eines Begriffs umfasst weitere Begriffe, die ihrerseits zu definieren wären, und so weiter. Die Mathematik hat einen Ausweg aus dieser unendlichen Regression gefunden: Sie umgeht die Verwendung von Definitionen, indem sie einige logische Zusammenhänge (*Axiome* genannt) zwischen ansonsten nicht definierten mathematischen Begriffen postuliert. Über die Verwendung der mit den Axiomen eingeführten mathematischen Begriffe lassen sich anschließend neue Begriffe definieren und in der Folge mathematische Theorien konstruieren. Im Prinzip ist die Mathematik auf eine menschliche Sprache nicht angewiesen. Sie hat stattdessen die Möglichkeit der formalen Darstellung, bei der die Validität einer Schlussfolgerung mechanisch und ohne die Gefahr von Irrtum oder Täuschung überprüft werden kann.

Die Sprache des Menschen vermittelt Konzepte wie *Bedeutung* oder *Schönheit*. Diese Konzepte sind uns wichtig, lassen sich jedoch nur schwer allgemein definieren. Vielleicht können wir hoffen, dass mathematische Bedeutung und mathematische Schönheit einer Analyse eher zugänglich sind als die allgemeinen Konzepte. Mit derlei Fragen werde ich mich eine Zeitlang befassen.

Es besteht ein krasser Gegensatz zwischen der Fehlbarkeit des menschlichen Geists und der Unfehlbarkeit mathematischer Herleitung, zwischen dem Trügerischen der menschlichen Sprache und der absoluten Präzision der formalen Mathematik. Zweifellos aus diesem Grund ist das Studium der Mathematik, wie Platon betonte, für den Philosophen unumgänglich. Während aber das Erlernen der Mathematik nach Platons Ansicht eine unerlässliche geistige Übung darstellte, war sie gleichzeitig nicht das letzte Ziel. Viele von uns werden zustim-

men: Es gibt mehr Dinge, die den Philosophen (also Sie, die Leser dieses Buchs, und mich) interessieren, als die mathematische Erfahrung, ganz gleich, wie wertvoll diese Erfahrung auch sein mag.

Dieses Buch richtet sich an Leser mit unterschiedlichstem mathematischen Fachwissen (einschließlich eines minimalen). Zum Großteil ist es eine nicht fachtechnische Erörterung über Mathematik und Mathematiker, hier und da aber habe ich auch echte Mathematik eingefügt: einfache und weniger einfache. Ich möchte die Leserinnen und Leser dieses Buchs nachdrücklich bitten, sich ungeachtet ihrer jeweiligen mathematischen Vorbildung zu bemühen, die mathematischen Abschnitte nachzuvollziehen oder zumindest durchzulesen, anstatt gleich zum nächsten Kapitel weiterzublättern.

Die Mathematik besitzt viele Aspekte, und jene, die mit Logik, Algebra und Arithmetik zu tun haben, gehören zu den schwierigsten und technischsten. Trotzdem sind einige der Ergebnisse aus diesen Richtungen ganz erstaunlich, relativ leicht darzustellen und für die Leser dieses Buchs wahrscheinlich vom größten philosophischen Interesse. Ich habe diese Aspekte deshalb weitgehend hervorgehoben. Gleichzeitig sollte ich aber darauf hinweisen, dass meine eigenen Schwerpunkte in anderen Bereichen liegen: in der linearen Dynamik und in der mathematischen Physik. Die Leser dieses Buchs dürfen daher nicht allzu erstaunt sein, ein Kapitel über mathematische Physik vorzufinden, in dem aufgezeigt wird, wie die Mathematik für etwas Anderes öffnet. Galilei hat dieses Andere das „große Buch der Natur“ genannt, in dem er sein Leben lang las. Am wichtigsten ist: Dieses große Buch der Natur, wie Galilei sagte, ist *in der Sprache der Mathematik geschrieben*.

Bei der Entstehung der vorliegenden deutschen Ausgabe habe ich sehr von Mitarbeitern beim Springer Verlag Heidelberg profitiert. Zu großem Dank verpflichtet bin ich Angela Lahee und Nicola Fischer für die interaktive Art und Weise, in der sie ihre redaktionelle bzw. übersetzerische Rolle wahrnahmen. Sehr dankbar bin ich darüber hinaus Wolf Beiglböck für mehrere Anregungen und für seinen wichtigen Beitrag zu technischen Gesichtspunkten.